



Semaine des mathématiques 2018/2019

Jouons ensemble aux mathématiques

Cycle 3

Principe

Un défi est proposé chaque jour, il a été décliné en deux niveaux de difficulté. Ce choix dépend plus du contexte que du niveau de classe, mais certains défis de niveau 2 nécessitent des compétences de CM2. L'idée n'est pas ici d'enseigner une procédure efficace voire experte mais de permettre à chaque élève de développer une solution personnelle s'appuyant sur des procédures mathématiques enseignées au cycle 3.

Découvrir des ressources et mobiliser des compétences au cœur des mathématiques

La Mission Mathématique a souhaité faire découvrir, à travers ces 4 défis, des compétitions qui offrent des problèmes de qualité, accessibles dans les archives de chacune d'elles :

- Mathématiques sans frontière junior http://maths-msf.site2.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/SommaireJunior.htm ;
- Rallye IREM Paris nord http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique32 ;
- Rallye Mathématiques transalpin <http://www.rmt-sr.ch/archives.html> ;
- 199 défis à manipuler IREM Lyon <http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article524>.

Ces ressources sont des moyens pertinents et calibrés de mobiliser les 6 compétences spécifiques aux mathématiques mises en relief dans les programmes 2016 : calculer, modéliser, représenter, chercher, raisonner, communiquer.

Les difficultés à la résolution de problèmes de ce type, dit de recherche, de transfert ou atypiques :

Des pistes pour y remédier

- **Se représenter la situation** : donner du sens à la situation, comprendre « l'histoire racontée par l'énoncé ».
 - ⇒ Reformuler, théâtraliser, utiliser des documents permettant de comprendre le contexte.
 - ⇒ Demander aux élèves de poser des questions, les noter au fur et à mesure. Faire une pause méthodologique : demander aux élèves s'ils peuvent répondre et comment ils obtiennent leur réponse sans donner aucune indication ;
 - ⇒ Possibilité de préparer un QCM auquel les élèves doivent répondre.
- **Se représenter le problème** : convoquer les bons outils mathématiques, les rendre opérationnels dans la situation pour développer une procédure efficace.
 - ⇒ Attention aux aides classiques parfois contreproductives : comprendre le schéma du maître et le lien avec la situation est souvent une tâche surajoutée !
 - ⇒ A cette étape deux outils essentiels : l'écrit personnel de recherche et dans certains cas la manipulation.
 - ⇒ Mêmes procédés que pour se représenter la situation, avec des questionnaires plus orientés vers les outils mathématiques.
 - ⇒ Le fait d'explicitier les outils mathématiques mobilisables pour la résolution permet de relancer l'activité : les élèves qui ne les avaient pas mobilisés peuvent ensuite chercher à les rendre opérationnels en situation.
- **Produire une solution sensée puis exacte** : mettre en œuvre une démarche de résolution utilisant les procédures développées (et qui souvent évolue si on constate que sa démarche ne mène pas à un résultat cohérent).
 - ⇒ Le travail collaboratif (groupe après résolution individuelle) et le conflit sociocognitif (présentation de sa démarche à la classe) sont souvent efficaces.
 - ⇒ Une des façons d'arriver à faire progresser les élèves est de leur demander de réécrire une solution après la mise en commun des résultats et des démarches.

→ **Chercher**

- ⇒ Attention, expliquer le problème revient à gommer la difficulté. Favoriser des attitudes de questionnement et de retours au texte.
- ⇒ Se lancer, émettre puis tester une hypothèse, estimer une solution puis réajuster : cela s'apprend, notamment avec des techniques à développer, dont font partie la relecture, la vérification, l'utilisation de raisonnement sur des données ou une situation simplifiées.

Quelques pistes générales pour la mise en œuvre :

- Un temps de recherche individuelle au début est à privilégier pour que les élèves s'approprient le problème, construisent des procédures personnelles pour les partager.
- **Laisser les élèves chercher.** L'enseignant doit minimiser ses interventions dans la phase de recherche, garder une posture de questionnement : Es-tu sûr ? As-tu vérifié ? L'équilibre est à trouver entre échanges de procédures, relance de l'activité (le niveau 1 est souvent une bonne activité de relance pour le niveau 2) et posture de spécialiste de la démarche plutôt que détenteur du résultat. Les élèves seront ainsi le plus souvent possible en situation de recherche pour parvenir à construire une solution personnelle.
- **S'appuyer sur les productions d'élèves** pour, dans le cadre d'un débat argumenté (pauses méthodologiques et mises en commun), se représenter la situation, repérer des procédures et des démarches efficaces, même partiellement, de raisonnement et de justification. L'identification et le traitement des erreurs ne sont pas le but premier de ces défis. En revanche, ils sont d'excellents moyens de repérer les compétences à travailler en activités décrochées, en proposant par exemple de relire et corriger (ou non) des productions des élèves lors de cette situation.

Défi 1 : nombres et calculs – Au théâtre

Source : Rallye Transalpin 14^e RMT épreuve n°2 mars-avril 2006

<http://www2.ac-lyon.fr/ressources/rhone/maths/spip.php?article274&lang=fr>.

Références aux programmes :

Nombres et calcul :

- ✓ Calculer avec des nombres entiers.
- ✓ Utiliser des faits numériques (multiples et diviseurs des nombres d'usage courant).

Organisation et Gestion de données :

- ✓ Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.

Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture :

- ✓ Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples et la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement (domaine 4).

Compétences :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Modéliser** : Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- ✓ **Représenter** : analyser une figure / un schéma. Produire une figure représentant le problème.
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples.
- ✓ **Calculer** : Calculer sur des entiers, donner du sens aux résultats.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Solutions et démarches :

Niveau 1

L'observation du schéma doit permettre de comprendre que chaque rang est formé de 15 fauteuils.

Donc, le dernier fauteuil de chaque rangée porte un numéro qui est un multiple de 15.

Méthode utilisant la schématisation :

135														121
120													107	106
105	104													91
90		88												76
75														61
60														46
45														31
30													...	16
15										...	4	3	2	1

Le schéma ne doit pas forcément être complet ; il suffit de placer les nombres permettant de se repérer et de déterminer l'emplacement des fauteuils concernés par le problème.

Méthode par le calcul :

Pour déterminer la position de fauteuil portant le numéro 104, il faut effectuer la division euclidienne de 104 par 15 :

$$104 = 15 \times 6 + 14$$

→ Le fauteuil **104** se trouve donc au **7^e rang**, à la **14^e place** en comptant par la droite.

Il faut faire de même pour situer le fauteuil n°107 :

$$107 = 15 \times 7 + 2$$

→ Le fauteuil **107** se trouve donc au **8^e rang**, à la **2^e place** en comptant par la droite.

Et enfin, pour le fauteuil n°88 :

$$88 = 15 \times 5 + 13$$

→ Le fauteuil **88** se trouve donc au **6^e rang**, à la **13^e place** en comptant par la droite.

Réponse : Le fauteuil n°88 se trouve juste en biais devant le fauteuil 104, bien plus proche que le fauteuil n°107 qui est en début de rangée (un rang derrière).

Niveau 2

Dans cette variante, la figure ne permet pas de déduire directement le nombre de fauteuils dans une rangée. Il faut le déterminer.

Le billet de Chloé porte le numéro 74 et est situé à la deuxième place (en partant de la droite) du 5^e rang. C'est-à-dire que la dernière place du 4^e rang porte le numéro 72. Nous pouvons donc déterminer le nombre de fauteuils par rangée en divisant 72 par 4 : $72 \div 4 = 18$

Dans chaque rangée, il y a 18 fauteuils.

Ensuite, le problème se résout de manière analogue à la version 1.

Méthode utilisant la schématisation :

																		10
162	161	160	159	158	157	156	155	154	153	152	151	150	149	148	147	146	145	9
144	143	142	141	140	139	138	137	136	135	134	133	132	131	130	129	128	127	8
126	125	124	123	122	121	120	119	118	117	116	115	114	113	112	111	110	109	7
108	107	106	105	104	103	102	101	100	99	98	97	96	95	94	93	92	91	6
90	89	88	87	86	85	84	83	82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	5
72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58	57	56	55	4
54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	3
36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	2
18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	1
18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	

Le schéma ne doit pas forcément être complet ; il suffit de placer les nombres permettant de se repérer et de déterminer l'emplacement des fauteuils concernés par le problème.

Méthode par le calcul :

Le fauteuil 82 se situe à la 10^e place du 5^e rang, (82 = 18 × 4 + 10)

Le fauteuil 93 se situe 3^e place du 6^e rang. (93 = 18 × 5 + 3)

Réponse : Chloé sera plus proche de Danièle que d'Anne.

Analyse a priori : difficultés attendues :

Le deuxième niveau constitue une variante du premier. Les deux situations sont très semblables, mais diffèrent essentiellement sur 1 point :

- ✓ Dans la première situation, les élèves peuvent déduire le nombre de places par rangées par lecture des informations de la figure. Dans la deuxième situation, ils doivent déterminer le nombre de sièges par rangées par un calcul en s'appuyant sur le placement du fauteuil 74.

Difficultés communes aux deux situations :

- ✓ La compréhension de la situation : notamment comprendre la numérotation des fauteuils.
- ✓ Se rendre compte que le dernier fauteuil de la file est numéroté par un multiple de 15 ou 18.
- ✓ Comprendre que pour situer un fauteuil, il faut effectuer la division euclidienne du numéro du fauteuil par le nombre de fauteuils dans une rangée ou procéder par la recherche des multiples successifs.
- ✓ Lorsque les élèves effectuent la division euclidienne du numéro du fauteuil par le nombre de fauteuils d'une rangée, le quotient indique la quantité de rangées placées devant le fauteuil, et le reste le rang du fauteuil dans sa propre rangée.
- ✓ Situer un fauteuil par rapport à un autre lorsqu'on connaît leur place et leur rangée.
- ✓ ET/OU construire un schéma plus ou moins complet représentant la situation, la numérotation des places.

Difficultés propres au niveau 1 :

- ✓ Se rendre compte que le dessin permet de trouver le nombre de fauteuils dans une rangée.

Difficultés propres au niveau 2 :

- ✓ Utiliser le placement de la place 74 pour déterminer le nombre de fauteuils dans une rangée.

Défi 2 : espace et géométrie – Avec du soleil / Avec des grilles

Source : IREM Paris-Nord – Niv 1 épreuve n°10 Rallye 2000 et Niv 2 épreuve n°3 Rallye 2001

http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?article85

Références aux programmes et au socle commun de connaissances, de compétences et de culture :

Espace et géométrie :

- ✓ Reconnaître, décrire des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples)
- ✓ Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, de distance entre deux points).

Compétences :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, en mobilisant des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- ✓ **Modéliser** : reconnaître des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement). Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets.
- ✓ **Représenter** : analyser une figure plane sous différents aspects (contour, lignes et points).
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Solutions et démarches :

Niveau 1

Les élèves devront comparer l'enchaînement de la hauteur des sommets des montagnes à celui des ombres.

Les élèves peuvent :

- repérer la position du plus haut sommet, sélectionner les ombres qui respectent cette position ; ce sera la hauteur des sommets qui l'entourent qui permettra de choisir.
- repérer une caractéristique de la montagne (2 grands sommets successifs pour la montagne A, le plus haut sommet en 1^{er} pour la montagne C, un grand sommet à la fin pour la montagne F)

Ils pourront éliminer (barrer) au fur et à mesure les ombres et les montagnes déjà associées pour limiter les figures à traiter.

Réponse :

A	B	C	D	E	F	G
2	6	4	3	1	5	7

Niveau 2

Les élèves devront comparer la position des segments sur le quadrillage de chaque grille par rapport à la grille de référence : la position de ses extrémités sur les nœuds du quadrillage, et le déplacement « horizontal-vertical » pour aller d'une extrémité à l'autre.

- ⇒ Si un segment est bien placé, ils doivent poursuivre en comparant un autre segment.
- ⇒ Dès que les extrémités d'un segment sont positionnées différemment sur le quadrillage que celles de la grille de référence, les élèves peuvent éliminer la grille étudiée.

Réponse : La grille déformée est

E

.

Analyse a priori : difficultés attendues :

Dans les deux situations, il s'agit de comparer une figure représentée dans le plan habituel à d'autres figures déformées et orientées différemment.

Alors que dans le niveau 1 les élèves pourront comparer l'enchaînement des hauteurs des sommets des montagnes, dans le niveau 2 les élèves pourront s'appuyer sur le quadrillage pour comparer.

Difficultés communes aux deux situations, comparaison de figures :

- qui ne sont pas représentées dans le même plan ;
- qui sont déformées.

Difficultés propres au niveau 1 :

- Position inversée en miroir de l'ombre par rapport à la montagne.

Difficultés propres au niveau 2 :

→ comprendre l'énoncé ; que signifie « déformer » ? Qu'est-ce qui change et qu'est-ce qui ne change pas ?

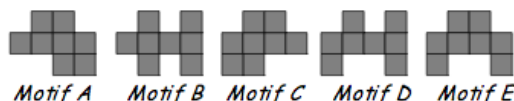
- Orientation des grilles : rotation et inclinaison ;
- Méthodologie : organiser les étapes de la comparaison.

Prolongement possible

Mathématiques sans frontières junior : Épreuve 7 découverte 2017

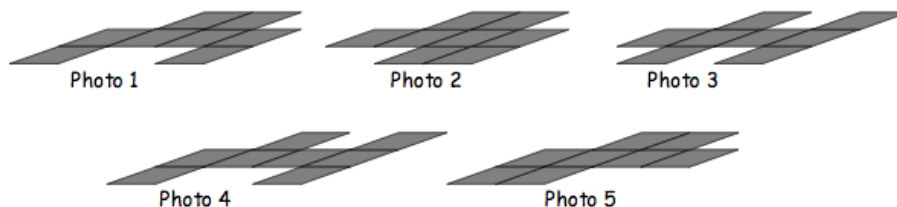
<http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/spip/spip.php?article23>

Les motifs



Voici les motifs que Justine a vus sur un catalogue de salle de bain.

Elle a fait des essais en posant des carreaux au sol et a pris des photos.



Donne, pour chaque motif, la photo qui lui correspond.

Défi 3 : nombres et calcul – A 12 ça colle

Source : Mathématiques sans Frontières Junior sujet finale 2016, épreuve 6

http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/Epreuves/MSFJU_16_Epr_fin.pdf

Références aux programmes et au socle commun de connaissances, de compétences et de culture :

Calculer avec des nombres entiers

- ✓ Utiliser des faits numériques mémorisés : le complément à 10, à 12.

Compétences :

- ✓ **Chercher** : S'engager dans une démarche, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Raisonner** : Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- ✓ **Calculer** : Calculer sur des entiers.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Analyse a priori : difficultés attendues et proposition de relance :

Ce défi est attractif car il propose de disposer des pièces sur un plateau. Les élèves s'y engage facilement car il est possible de commencer par faire des essais, essais qui permettront de faire naître une stratégie. Il faut toutefois bien se souvenir de la contrainte tout au long de la résolution : obligation d'avoir une somme égale à 10 (ou 12) en plaçant deux nombres « côte à côte ».

Le niveau 1 se distingue du niveau 2 en proposant une somme de 10 qui permettra d'utiliser l'automatisation des résultats ($1+9=10$; $2+8=10$...) laissant davantage de disponibilité pour élaborer une stratégie. Le carré préféré à l'hexagone dans ce niveau 1 va également dans ce sens.

La résolution demande un certain temps. Comprendre que les nombres supérieurs à 12 (ou à 10 dans le niveau 1) doivent se trouver sur les bords extérieurs permet une nette avancée. Il peut être intéressant, pour relancer, de placer une pièce comportant de tels nombres tournée vers « l'intérieur » et de suggérer de poursuivre.

Solutions et démarches

Niveau 1

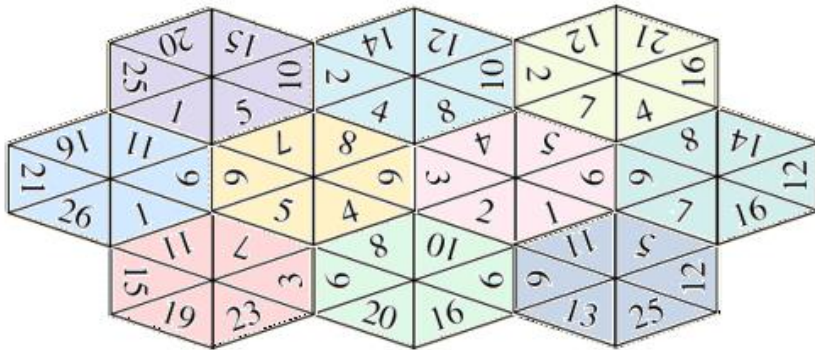
Une stratégie efficace consiste à repérer les nombres qui ne permettent pas une somme de 10 et ainsi déterminer les pièces qui doivent se retrouver dans les 4 coins (en jaune ci-contre) et les pièces qui doivent être sur le bord (en bleu ci-contre). L'orientation de chaque pièce est alors donnée par le nombre qui doit être « en extérieur ». En partant d'un coin et en plaçant les pièces en respectant la somme de 10, il y aura deux possibilités à examiner, une seule conviendra.

11	10	5	5	17	3	14	11
6			5	7	9		
13	1	6	1	5	4		13
2			4	3	7	4	
10	8	6	1	9	5	9	10
12			15		5	20	

Niveau 2

La stratégie efficace consiste à repérer les nombres qui ne permettent pas une somme de 12 et ainsi déterminer les pièces qui doivent se retrouver en « extérieur ».

La solution est unique si on pense qu'il s'agit d'un plateau (et donc qu'il se tourne !)



Défi 4 : espace – Orientation

Source : IREM de Lyon : 199 défis (mathématiques) à manipuler – D'après Défi 8

<http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article524>

Références aux programmes et au socle commun de connaissances, de compétences et de culture :

Espace et géométrie

- ✓ *Se repérer dans l'espace en utilisant des représentations*

Compétences :

- ✓ **Chercher** : S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- ✓ **Représenter** : Utiliser des représentations de situations spatiales.
- ✓ **Raisonner** : Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

→ Vocabulaire permettant de définir des positions ;

→ Divers modes de représentation de l'espace : schémas.

Analyse a priori : difficultés attendues et proposition de relance :

Les deux niveaux de défis proposés mettent en jeu des relations dans l'espace entre les nombres à placer.

Dans les deux situations :

- les élèves vont utiliser leurs connaissances concernant les positions relatives et absolues dans l'espace (gauche, droite, au-dessus et au-dessous) ;
- ils seront amenés à faire des essais, à procéder par tâtonnement, à raisonner et à faire des inférences (emboîtement des solutions pour les deux niveaux, trouver le chiffre qui manque au niveau 1).

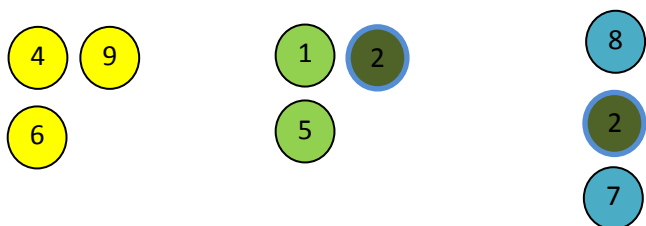
Solutions et démarches

Les élèves pourront :

- soit manipuler les jetons de l'annexe ;
- soit écrire les nombres sur la grille de réponse.

Niveau 1

Chaque contrainte de l'énoncé permet de grouper 3 jetons :

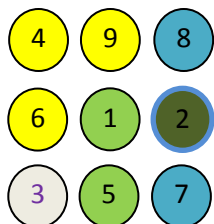


→ Les élèves pourront procéder par tâtonnement en plaçant les jetons au fur et à mesure de la lecture de chaque contrainte de l'énoncé. C'est la contrainte suivante qui permettra de valider ou d'invalidier le placement du groupe précédent.

→ Ou ils pourront dans un premier temps organiser séparément les groupes de jetons de chaque contrainte ; puis dans un deuxième temps les combiner pour pouvoir les placer et compléter le schéma.

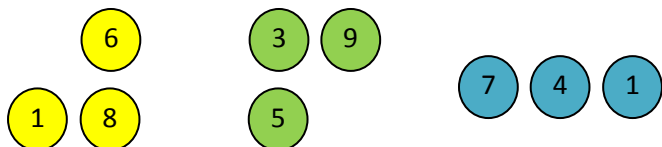
- ⇒ Le jeton 2 est présent dans deux contraintes. Cela permet rapidement de situer entre eux les 5 jetons en jeu.
- ⇒ Aucune indication de position n'est donnée pour un des jetons.
 - En combinant les différents groupes, ils pourront trouver le chiffre manquant de la suite des chiffres de 1 à 9 par déduction.

Réponse :



Niveau 2

Chaque contrainte de l'énoncé permet de grouper 3 jetons :



→ Les élèves pourront procéder de la même manière que pour le niveau 1.

Réponse :

