5 jours 5 défis : Cycle 3

Principe

Un défi , décliné en deux niveaux de difficulté, est proposé chaque jour.

Ce choix dépend plus du contexte que du niveau de classe, mais certains défis de niveau 2 nécessitent des compétences de CM1 ou de CM2. L'idée n'est pas ici d'enseigner une procédure efficace voire experte mais de permettre à chaque élève de développer une solution personnelle s'appuyant sur des procédures mathématiques enseignées au cycle 3.

Un objectif en 2016 : découvrir des ressources.

Outre le thème de l'année (Maths et sport) de la semaine des mathématiques, la Mission Math a souhaité faire découvrir, à travers ces 5 défis, quatre compétitions qui offrent des problèmes de qualité, accessibles dans les archives de chacune d'elles :

- Mathématiques sans frontière junior http://maths-msf.site2.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/SommaireJunior.htm ;
- Championnat de la Fédération Française des Jeux Mathématiques http://homepage.hispeed.ch/FSJM/archives.htm;
- Rallye IREM Paris nord http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique32 ;
- Rallye Mathématiques transalpin http://www.rmt-sr.ch/archives.html .

Les difficultés à la résolution de problèmes de ce type, dit de transfert :

⇨ ***Et des pistes pour y remédier***

→ **Se représenter la situation** : donner du sens à la situation, comprendre « l'histoire racontée par l'énoncé ».

- ⇨ Reformulation, théâtralisation, utilisation de documents permettant de comprendre le contexte.
- ⇨ Demander aux élèves de poser des questions, les noter au fur et à mesure. Faire une pause méthodologique : demander aux élèves s'ils peuvent répondre et comment ils obtiennent leur réponse.
- ⇨ Possibilité de préparer un QCM auquel les élèves doivent répondre.

→ **Se représenter le problème** : convoquer les bons outils mathématiques, les rendre opérationnels dans la situation pour développer une procédure efficace.

- ⇨ Attention aux classiques parfois contreproductifs : comprendre le schéma du maitre et le lien avec la situation est souvent une tâche surajoutée !
- ⇨ A cette étape, deux outils essentiels : l'écrit personnel de recherche et la manipulation.
- ⇨ Même procédé que pour la représentation de la situation, avec des questionnaires plus orientés vers les mathématiques.
- ⇨ Le fait de donner les outils mathématiques utiles à la résolution permet de relancer l'activité : les élèves qui ne les avaient pas mobilisés, peuvent ensuite chercher à les rendre opérationnels en situation.

→ **Produire une solution sensée puis exacte** : mettre en œuvre une démarche de résolution utilisant les procédures développées (et qui souvent évolue, si on constate que sa démarche ne mène pas à un résultat cohérent).

- ⇨ Le travail collaboratif (groupe après résolution individuelle) et le conflit sociocognitif (présentation de sa démarche à la classe) sont souvent efficaces.
- ⇨ Une des façons d'arriver à faire progresser les élèves est de leur demander de réécrire une solution après la mise en commun des résultats et des démarches.

→ **Chercher !**

- ⇨ Attention, expliquer le problème revient à gommer la difficulté. Favorisez des attitudes de questionnement et de retours au texte !

⇨ Cela s'apprend, notamment avec des techniques à développer, dont font partie la relecture, la vérification, l'utilisation de raisonnement sur des données ou une situation simplifiées.

Quelques pistes générales pour la mise en œuvre :

→ Un temps de recherche individuelle au début est à privilégier pour que les élèves aient tous des procédures personnelles à partager.

→ **Laisser les élèves chercher**. L'enseignant doit minimiser ses interventions dans la phase de recherche, garder une posture de questionnement : Es-tu sûr ? As-tu vérifié ? L'équilibre est à trouver entre échanges de procédures, relance de l'activité (Le niveau 1 est souvent une bonne activité de relance pour le niveau 2) et posture de spécialiste de la démarche plutôt que détenteur du résultat. Les élèves seront ainsi le plus souvent possible en situation de recherche pour parvenir à construire une solution personnelle.

→ **S'appuyer sur les productions d'élèves**, dans le cadre d'un débat argumenté (pauses méthodologiques et mises en commun), pour se représenter la situation, repérer des procédures et des démarches efficaces, même partiellement. L'identification et le traitement des erreurs ne sont pas le but premier de ces défis. En revanche, ils sont d'excellents moyens de repérer les compétences à travailler en activités décrochées, en proposant, par exemple, de relire et corriger (ou non) des productions des élèves lors de cette situation.

Défi 1 Jour 1: *Le club de judo* (*Mathématiques Sans Frontières Junior 2006*)

Références aux programmes :

Nombres et Calcul :

- Calculer la moitié d'un entier pair.
- Résoudre des problèmes relatifs au sens des opérations (situations additives).

Organisation et Gestion de données :

- Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.

Analyse *a priori* : difficultés attendues et proposition de relance

La situation ne nécessite pas l'utilisation d'outils mathématiques inconnus pour des élèves de cycle 3 : calculer la moitié d'un entier pair et résoudre des situations additives. Elle est une occasion de repérer la maîtrise de ces outils dans une situation complexe de transfert. En effet, cette situation est complexe pour plusieurs raisons :

- La représentation de la situation n'est pas évidente. Une connaissance du contexte (le judo) fera un excellent appui. Raconter l'histoire de manière séquencée (en septembre 2011, les ceintures blanches deviennent jaunes) est une piste pour permettre d'anticiper l'organisation de la réponse.
- La mise en relation et en cohérence des données est elle aussi délicate : identifier les éléments des situations additives et bien comprendre le lien entre le nombre de ceintures d'une année à l'autre et enfin appliquer ce processus itératif sur plusieurs années.
  Par exemple pour les ceintures jaunes :
  nb ceintures jaunes en 2014 = nb ceintures jaunes en 2013
  + ½ nb des ceintures blanches 2013 (qui deviennent jaunes)
  - ½ nb des ceintures jaunes (qui deviennent orange).
  On le voit, établir cette relation n'est pas aisée. Des jeux de manipulation, des questionnaires QCM (avec question du type, si il y n ceintures jaunes, combien deviennent orange à la fin de l'année ?) faciliteront la représentation du problème, c'est-à-dire la construction du modèle mathématique et la mise en relation des données.
- Car, c'est bien l'organisation de la réponse qui sera la clé du succès : sans une organisation systématique (Le tableau est idéal pour cela, voir la correction) et méthodique (une école de la rigueur), il est difficile de parvenir à rendre la procédure efficace sur ce problème. Valoriser les stratégies des élèves qui proposent des procédures d'organisation de leur recherche est une façon d'une part, de proposer plusieurs stratégies (Certains élèves ont d'aussi bonnes idées que nous, enseignants …) et d'autre part, de permettre à chaque élève de comprendre plusieurs procédures et d'utiliser une procédure efficace certes, (dont celle que l'enseignant proposera) mais qu'il maitrise (ce qui n'est pas systématiquement le cas de celle proposée par l'enseignant…).

Solutions et démarches :

Les tableaux du type de ceux utilisés pour la correction ci-dessous sont d'excellents outils de résolution pour peu qu'on laisse écrire les calculs dans le tableau même, qu'on utilise une représentation des « mouvements » de ceinture (et donc des transformations additives), comme par exemple, des diagrammes ou toute représentation utilisée dans les situations de référence de la classe.

<u>Réponse</u> : niveau 1

Date	Blanche	Jaune	Orange	Verte	Bleue	marron	Noire
Sep 2013	64						
Sep 2014	32	32					
Sep 2015	16	32	16				
Sep 2016	8	24	24	8			

<u>Réponse</u> : niveau 2

Date	Blanche	Jaune	Orange	Verte	Bleue	marron	Noire
Sep 2010	64						
Sep 2011	32	32					
Sep 2012	16	32	16				
Sep 2013	8	24	24	8			
Sep 2014	4	16	24	16	4		
Sep 2015	2	10	20	20	10	2	
Sep 2016	1	6	15	20	**15**	6	1

<u>Prolongements possibles :</u>

- Varier les questions. Demander l'année à laquelle au moins la moitié des ceintures blanches seront devenues ceintures bleues, celle où il y aura x ceintures noires, quand plus aucun judoka ne sera « ceinture blanche», etc.
- C'est une situation problème intéressante pour l'organisation des réponses. N'hésitez pas à puiser dans les ressources proposées tout au long de cette édition pour trouver de nombreux problèmes nécessitant une organisation rigoureuse des données et permettant d'enseigner cette compétence.

<u>Défi 2 jour 2</u> : *Les JO.* (*IREM Paris Nord 2015*)

<u>Références aux programmes</u> :

- Mesure : Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs (niveau 1 et 2);
- Géométrie : Reconnaître, décrire et nommer : un cube, un pavé droit.
- Organisation et gestion de données :
    - Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution (niveau 1 et 2).
    - Résoudre des problèmes engageant une démarche à plusieurs étapes (niveau 2)

<u>Analyse *a priori* :</u>

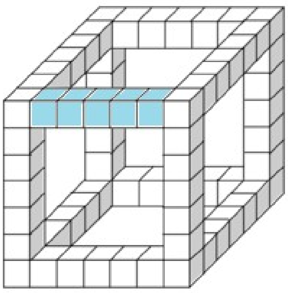
- L'énoncé est d'un type particulier, ajoutant à la complexité de la situation : il mélange textes et illustrations 3D nécessaires à la résolution. La lecture d'image va générer des erreurs, parce qu'elle est en 3D bien sûr, mais aussi car il faut comprendre que des éléments se voient par la tranche sur la longueur du pavé (niveau 2) ou qu'ils doivent se deviner par transparence (niveau 1 et 2). Ainsi, un des enjeux principaux de ce défi est la lecture et la compréhension de l'image et donc l'identification des figures en jeu et leur position relative. Cette capacité se travaille régulièrement en classe mais souvent de manière implicite, pour la reproduction de figures notamment. La travailler explicitement permet aux élèves de s'aiguiser le regard en géométrie, c'est-à-dire identifier les figures élémentaires et leur position relative. Mais la manipulation reste un des moyens efficaces de rendre concrètes ces représentations difficiles d'accès pour certains élèves. Une occasion de ressortir le matériel de géométrie, voire les célèbres parallélépipèdes rectangles en bois, succès de ludothèque depuis des années !
- Une fois cette représentation effectuée, les élèves peuvent ensuite s'attaquer à la gestion des données et de la démarche, l'appui sur le schéma bien compris étant plausiblement la solution la plus efficace (là encore un savoir faire en géométrie mesure qui s'acquiert sur le long terme). Si la situation additive est simple et son aspect « grandeurs et mesures » atténué (des cubes à compter ou des millimètres sans conversion), encore faut-il identifier les parcours permettant un calcul simple des longueurs par addition. Un argument supplémentaire pour le considérer comme un vrai problème de géométrie !

<u>Solutions et démarches :</u>

<u>Réponse</u> : niveau 1

Si on ne compte pas les cubes des 8 sommets, on considère qu'une arête est constituée de 5 cubes.

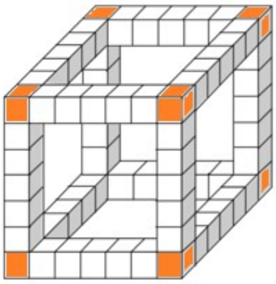
5 cubes sur une arête



Il y a 12 arêtes, donc 60 cubes en tout (12x5 = 60)

On ajoute à cela les 8 cubes des 8 sommets

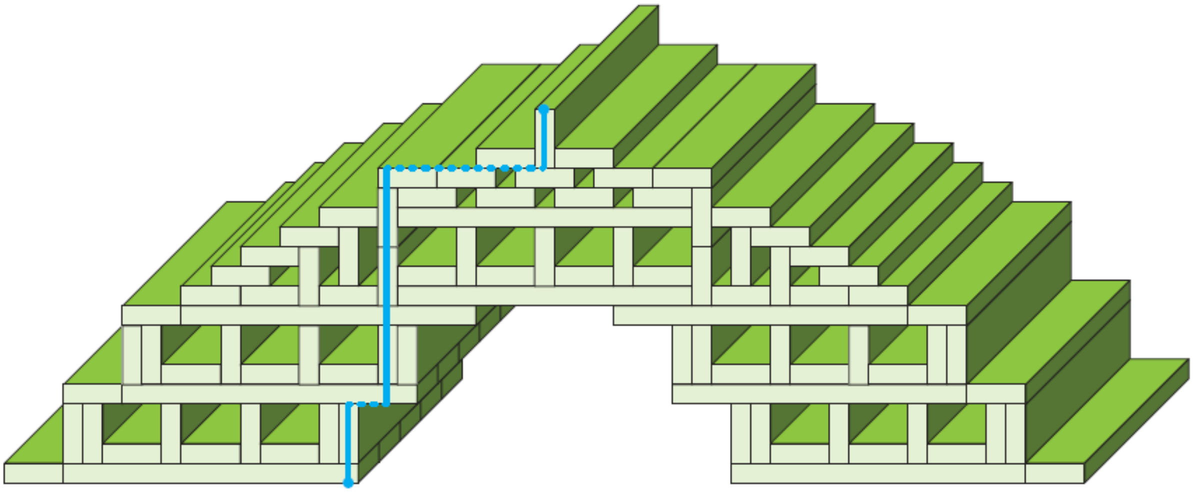
8 sommets



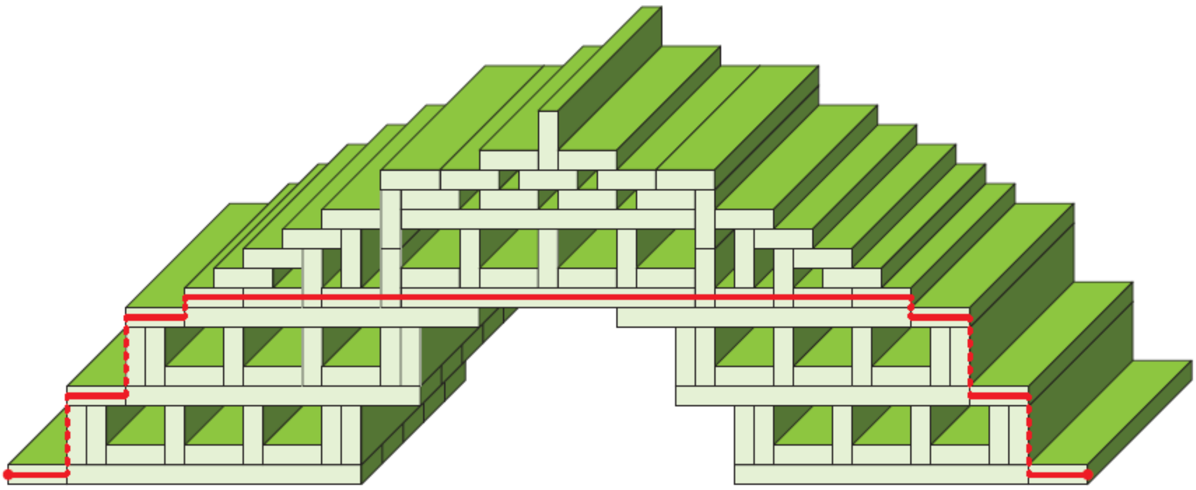
On trouve un total de 68 cubes.

Réponse : niveau 2

La largeur ne posait pas de problème puisqu'elle correspond à la plus grande dimension d'une pièce de bois. Ainsi la largeur est de 120 mm.
Pour la hauteur et la longueur de la construction, plusieurs stratégies ont été utilisées.
En voici une illustrée ci-dessous qui consiste à trouver un chemin permettant de compter :



Ainsi, la hauteur est donnée par : 4 x 8 + 5 x 24 = 152 mm



La longueur est donc donnée par : 4 x 8 + 12 x 24 + 1 x 120 = 440 mm
Jour 3 (RMT entrainement 2015)
27 Tenues

Prolongements possibles :

- La résolution du défi de l'année dernière sur les conteneurs est un bon prolongement. D'autres situations dans les ressources précitées.
- La piste d'un enseignement explicite de la lecture de figures est aussi un axe à creuser. Les figures téléphonées ou des devinettes géométriques (retrouver une figure parmi d'autres avec des indices du type j'ai deux triangles, un cercle de rayon n cm, etc. par exemple) ou encore surligner des figures simples dans des figures complexes et les faire décrire, voire tracer une figure à main levée en identifiant chacune des figures tracées sont des activités essentielles à la compréhension de représentations géométriques de situation réelle et à leur utilisation pour résoudre des problèmes.

Défi 3 jour 3 : *La tenue du skieur* (*Rallye Mathématiques Transalpin entraînement 2015*)

Références aux I.O. 2008 :

Organisation et Gestion de données :

- Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.
- Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.

Analyse *a priori* :

- Cette situation propose de recenser systématiquement les cas possibles d'une configuration. Les niveaux 1 et 2 sont différenciés par le nombre de cas possibles et des conditions plus difficiles à traiter. L'habillage du problème assez proche du vécu des élèves devrait faciliter la représentation de la situation.
- Une des difficultés sera la traduction mathématique de la formulation : « Que la couleur de la veste soit différente de celle du pantalon et de celle du bonnet». En effet des élèves pourraient interpréter cela comme l'équivalent de « les trois éléments doivent être de couleur identique ». Un aller-retour entre résolution et mise en commun de procédures clarifiera cela pour permettre à chaque élève de se frotter au cœur de la difficulté de ce type de problème : l'exhaustivité des cas.
- C'est en effet la principale difficulté à anticiper : obtenir tous les cas et, pour cela, organiser sa réponse. Le recensement de tous les cas demande en effet une compréhension fine de la mise en cohérence des données mais aussi une persévérance et une rigueur dans la vérification qui en fait un exercice très formateur. Le fait d'utiliser les initiales pour s'économiser des écritures, les procédures d'organisation des recensements systématiques des cas (en arbre ou en colonne cf. la réponse), la nécessité de la vérification et d'une présentation organisée au service de la résolution et de sa justification sont des savoir faire au cœur de la culture mathématique.
- Une des façons les plus simples de faciliter la résolution par les élèves est de proposer (après un temps de recherche et de développement de procédures personnelles s'entend) des représentations d'un skieur ainsi habillé à colorier, ce qui évitera notamment les redondances. Des scénarios proposant les résolutions successives des niveaux 1 et 2 pourront s'articuler autour de l'utilisation de ces dessins. Dans la première résolution, ils seront donnés comme un élément d'aide à l'organisation de la démarche. La seconde résolution ne les proposera qu'au cours de la résolution et à la carte pour aider les élèves ne parvenant pas à réinvestir cette démarche assez abstraite.

Solutions et démarches :

- La présentation du recensement une fois un élément contraint (par exemple on choisit la couleur du pantalon et on raisonne pour les autres éléments) est aussi un moyen d'une part, de donner à voir cette procédure (pas si naturelle, ni si facile à comprendre) et d'autre part, de structurer non seulement la réponse mais aussi le raisonnement.

Réponse : niveau 1

Pantalon B	Bonnet R	Veste R	Pantalon J	Bonnet R	Veste R
"	"	Veste J	"	"	Veste B
"	Bonnet J	Veste R	"	Bonnet B	Veste R
"	"	Veste J	"	"	Veste B

Réponse : niveau 2

Veste	Pantalon	Bonnet	Nombre de tenues
R	B	B ou J ou V	3
	J	B ou J ou V	3
	V	B ou J ou V	3
J	B	R ou B ou V	3
	V	R ou B ou V	3
V	B	R ou B ou J	3
	J	R ou B ou J	3
B	V	R ou V ou J	3
	J	R ou V ou J	3
total			27

Ce tableau est le résultat d'un raisonnement. Une des stratégies est de recenser tous les cas possibles puis d'appliquer les conditions existant sur ces cas. Toutefois, l'application immédiate des conditions, avant le recensement, évite de nombreux cas mais au risque d'en oublier. Un juste équilibre qui se perçoit grâce à une pratique récurrente d'activité de résolution de problèmes.

Prolongements possibles :

- La résolution régulière de ce type de problèmes pour favoriser la construction de cette culture mathématique et pour enseigner à raisonner : une des ambitions au cœur des nouveaux programmes.

<u>Défi 4 jour 4</u> : *le tapis de gymnastique* (*Rallye Mathématiques Transalpin 2003*)

<u>Références aux I.O.</u>

Grandeurs et mesures (2008)

- Résoudre des problèmes dont la résolution implique les surfaces et les aires.
- Calculer l'aire d'un carré en utilisant la formule appropriée (1ère approche).

Géométrie (2008)

<u>Analyse *a priori* : difficultés attendues et proposition de relance</u>

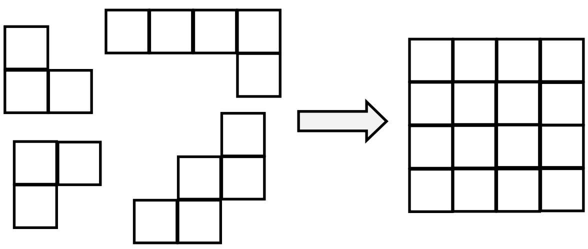
Cette situation est une situation de pavage, hybride entre manipulation géométrique et première approche de la grandeur surface. Ce type d'activité est en effet un moyen de manipuler les objets géométriques différent du tracé classique. De plus, cette capacité à recouvrir une surface par des morceaux normalisés est un préalable essentiel à la compréhension des surfaces et donc des mesures d'aire. Et ce d'autant plus que la donnée du nombre de carreaux totaux permet de déduire la l ongueur de la forme carrée et donc de restreindre la recherche notamment au niveau 2. L'existence de solutions carrées avec 36 ou 49 carreaux (pour le niveau 2) rendra nécessaire la vérification de cette condition de 25 carreaux, aisée à valider car il suffit dès lors de dénombrer les carreaux et non de recalculer la longueur des côtés du carré en « carreaux ».

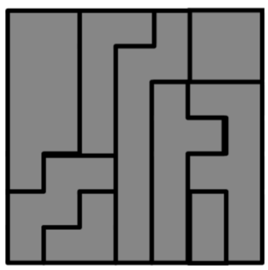
C'est d'ailleurs une relance assez efficace que de faire prendre conscience aux élèves de cette donnée. Ici chacun son style mais l'appui sur les procédures élèves est une occasion de valoriser ses procédures et aussi de traiter les erreurs. L'émergence de productions avec 49 ou 36 carreaux serait une occasion rêvée de faire remarquer que cette condition n'a pas été utilisée…

Un autre argument en faveur de l'efficacité pédagogique de ce type de situations est que les élèves peuvent s'auto évaluer. Cela permet un réajustement permanent et non appuyé sur le regard de l'enseignant et sans enjeu autre que réussir le défi : un excellent moteur pour la motivation.

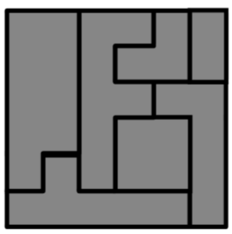
<u>Solutions et démarches :</u>

<u>Réponse</u> : **niveau 1** **niveau 2**

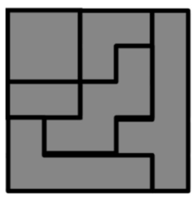




7 x 7



6 x 6



5 x 5

<u>Prolongements possibles :</u>

- Les pavages sont des classiques, qu'ils soient à condition ou non. Les quatre ressources citées en proposent un nombre certain qui peuvent être présentés en activités en autonomie.
- Cette situation peut être une excellente prise de conscience que l'on peut calculer les aires. Modifier l'énoncé en parlant de 25 cm² et non plus de carreaux permettra un réinvestissement en situation de transfert du calcul de l'aire d'un carré.

- Il est difficile de ne pas mentionner ici les jeux de la société Gigamic que ce soit Gagne Ton Papa, Katamino ou encore Kataboom, jeux pédagogiques de pavage ou de construction en 3D, en bois qui plus est, seul ou en en défi. Un « must have « sur ce sujet.

<u>Défi 5 Jour 5</u> : Le score (inspiré de la Fédération Française des Jeux Mathématiques, épreuve 2003)

<u>Références aux I.O.</u> :

Nombres et calcul :

- Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations (situations additives)
- Résoudre des problèmes engageant une démarche à une ou plusieurs étapes.
- Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.

Organisation et gestion de données :

- Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.

<u>Analyse *a priori* : difficultés attendues et proposition de relance</u>

- Ces deux situations paraissent assez proches car elles utilisent clairement des situations additives. Dans ce défi, la situation additive est double : les deux scores avec leur composition. Ainsi, la représentation du problème posera probablement le même type de difficultés pour les élèves que le défi 1 : arriver à identifier les différents éléments de la situation additive et les rendre opérationnels pour cette situation. De la même façon, la nécessité d'organiser ses procédures et la démarche sera aussi une condition forte de réussite du défi. Une occasion de voir si le tableau est un outil intégré par les élèves.
- Cependant, ce défi diffère nettement du défi 1 par la mise en relation des données. En effet, là où le défi 1 nécessitait le développement de procédures itératives délicates à gérer, ce défi suscite la mise en place d'une démarche tout aussi complexe au moins pour le niveau 2 : un recensement des cas d'une décomposition contrainte, suivi d'un choix parmi ces cas, choix appuyé sur une condition portant sur des éléments de la décomposition. On voit les habiletés mathématiques fondatrices sous-jacentes : la capacité à produire plusieurs solutions, puis à les identifier toutes.
- Là encore, les pistes d'aide sont identiques à celles proposées au défi 1 : des questionnaires permettant de mieux intégrer les modèles mathématiques, par exemple la prise de conscience qu'il existe plusieurs façons d'obtenir le même score (Une équipe a eu 10 points. Comment a-t-elle fait ?) avec éventuellement l'appui sur un élève connaissant le contexte. Par ailleurs, donner le tableau non rempli peut être une aide déterminante à la structuration de la démarche.

<u>Solutions et démarches :</u>

<u>Réponse</u> : niveau 1

53+39 = 92 ; 92 points ont été marqués au cours de ce match.

11x3 = 33 ; 33 points marqués avec des paniers à 3 points.

11x1 = 11 ; 11 points marqués avec des lancers francs.

92-33-11 = 48 ; 48 points marqués avec des paniers à 2 points.

48 :2 = 24 ; 24 paniers à 2 points ont été marqués au cours de ce match.

<u>Réponse</u> : niveau 2

Pour obtenir	essai	transformation	Pénalité/drop
18 points	3	0	1
	2	1	2
	0	0	6
14 points	2	2	
	1	0	3

La réponse est donc : Toulouse 2 essais dont 1 transformé et 3 pénalités ou drop
Toulon : 2 essais transformés